

Spis treści

Wstęp	7
1. Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości	9
1.1. Zdania logiczne i podstawowe prawa logiki	9
1.2. Formy zdaniowe i kwantyfikatory	12
1.3. Zbiory i działania na zbiorach	13
1.4. Iloczyn kartezjański i relacje	16
2. Struktury algebraiczne	19
2.1. Działania wewnętrzne i ich własności	19
2.2. Element neutralny i element symetryczny	23
2.3. Działanie zewnętrzne i struktura algebraiczna	26
2.4. Grupy, pierścienie i ciała	27
2.4.1. Grupa, półgrupa, monoid	27
2.4.2. Pierścień	29
2.4.3. Ciało	32
2.5. Ćwiczenia z rozwiązaniami	34
2.6. Zadania i odpowiedzi	38
3. Liczby zespolone	43
3.1. Ciało liczb zespolonych i jego własności	43
3.2. Postać algebraiczna liczby zespolonej	45
3.3. Interpretacja geometryczna liczby zespolonej	47
3.4. Postać trygonometryczna liczby zespolonej	52
3.5. Pierwiastkowanie liczb zespolonych	56
3.6. Postać wykładnicza liczby zespolonej	60
3.7. Ćwiczenia z rozwiązaniami	62
3.8. Zadania i odpowiedzi	65
4. Wielomiany	72
4.1. Wielomian rzeczywisty i zespolony, pierścień wielomianów	72
4.2. Pierwiastki wielomianu	76
4.3. Podstawowe twierdzenie algebry	81
4.4. Ćwiczenia z rozwiązaniami	85
4.5. Zadania i odpowiedzi	91

5. Macierze	94
5.1. Podstawowe pojęcia dotyczące macierzy	94
5.2. Działania na macierzach	98
5.3. Wyznacznik macierzy kwadratowej	109
5.3.1. Indukcyjna definicja wyznacznika	109
5.3.2. Wyznaczniki wyższych stopni	113
5.3.3. Własności wyznacznika	116
5.4. Macierz odwrotna	126
5.4.1. Odwracanie macierzy przy użyciu operacji elementarnych	131
5.4.2. Rozwiązywanie równań macierzowych z wykorzystaniem pojęcia macierzy odwrotnej	134
5.5. Rząd macierzy	137
5.6. Ćwiczenia z rozwiązaniami	143
5.7. Zadania i odpowiedzi	152
6. Układy równań liniowych	158
6.1. Podstawowe definicje dotyczące układów równań	158
6.2. Twierdzenie Cramera	160
6.3. Twierdzenie Kroneckera–Capellego	162
6.4. Metoda eliminacji Gaussa	166
6.5. Ćwiczenia z rozwiązaniami	169
6.6. Zadania i odpowiedzi	172
7. Przestrzenie liniowe	176
7.1. Przestrzeń i podprzestrzeń liniowa	176
7.2. Liniowa niezależność wektorów	181
7.3. Przestrzeń generowana przez zbiór	188
7.4. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej	191
7.5. Suma i unia podprzestrzeni. Przestrzeń uzupełniająca	195
7.6. Odwzorowania liniowe	198
7.6.1. Jądro i obraz odwzorowania liniowego	202
7.6.2. Rodzaje odwzorowań liniowych	206
7.6.3. Postać macierzowa odwzorowania liniowego	211
7.6.4. Macierz odwzorowania identycznościowego	215
7.6.5. Macierz przejścia	217
7.7. Ćwiczenia z rozwiązaniami	222
7.8. Zadania i odpowiedzi	228
8. Elementy teorii Jordana	234
8.1. Problem własny: wartości i wektory własne	234
8.2. Twierdzenie Cayleya–Hamiltona	237
8.3. Macierz Jordana	238
8.4. Wektory główne	242
8.5. Ćwiczenia z rozwiązaniami	244
8.6. Zadania i odpowiedzi	251
9. Formy kwadratowe	255
9.1. Definicja formy kwadratowej i jej określoność	255
9.2. Kryterium Sylwestera	257

9.3.	Kryterium wartości własnych	261
9.4.	Postać kanoniczna formy kwadratowej	262
9.4.1.	Metoda Lagrange'a	263
9.5.	Ćwiczenia z rozwiązaniami	266
9.6.	Zadania i odpowiedzi	268
10.	Przestrzenie unitarne	271
10.1.	Iloczyn skalarny	271
10.2.	Norma, nierówność Schwarz'a	272
10.3.	Ortogonalność i ortonormalność	274
10.4.	Ortogonalizacja Grama–Schmidta	275
10.5.	Rzut ortogonalny	277
10.6.	Ćwiczenia z rozwiązaniami	279
10.7.	Zadania i odpowiedzi	283
11.	Geometria analityczna	286
11.1.	Wektory	286
11.1.1.	Podstawowe definicje i działania na wektorach	286
11.1.2.	Wektory w przestrzeni	289
11.1.3.	Iloczyn skalarny w \mathbb{R}^3	292
11.1.4.	Iloczyn wektorowy w \mathbb{R}^3	293
11.1.5.	Iloczyn mieszany w \mathbb{R}^3	297
11.2.	Proste i płaszczyzny w przestrzeni	298
11.2.1.	Równania płaszczyzny w przestrzeni	298
11.2.2.	Wzajemne położenie dwóch płaszczyzn	300
11.2.3.	Równania prostej w przestrzeni	302
11.2.4.	Wzajemne położenie dwóch prostych	305
11.3.	Punkt, prosta i płaszczyzna w \mathbb{R}^3	307
11.4.	Ćwiczenia z rozwiązaniami	309
11.5.	Zadania i odpowiedzi	313
12.	Zastosowania ekonomiczne macierzy i układów równań	320
12.1.	Model Leontiefa	320
12.2.	Teoria kosztów komparatywnych	322
12.3.	Modele Piero Sraffy	324
12.3.1.	Wprowadzenie do modeli Sraffy	324
12.3.2.	Produkcja dla utrzymania egzystencji	325
12.3.3.	Produkcja z nadwyżką	326
12.4.	Model wzrostu von Neumanna	330
12.5.	Renty gruntowe	334
12.5.1.	Renty ekstensywne	334
12.5.2.	Renty intensywne	338
12.6.	Zadania i odpowiedzi	340
Bibliografia		344
O autorach		345