

# SPIS TREŚCI

<b>PRZEDMOWA</b> . . . . .	7
<b>Rozdział 1. ZAGADNIENIA WSTĘPNE</b> . . . . .	9
1.1. Zdania i spójniki zdaniowe . . . . .	9
1.2. Zbiory i działania na zbiorach. Moc zbioru . . . . .	11
1.3. Iloczyn kartezjański . . . . .	16
1.4. Relacje . . . . .	16
1.5. Grafy . . . . .	20
1.5.1. Grafy i grafy obciążone . . . . .	20
1.5.2. Problem najkrótszej drogi . . . . .	24
1.5.3. Drzewa. Problem minimalnych połączeń . . . . .	25
1.5.4. Grafy skierowane i ich związek z relacjami . . . . .	26
1.5.5. Sieci i ich zastosowanie w planowaniu serii operacji . . . . .	29
1.6. Podzbiory rozmyte . . . . .	31
1.7. Symbol sumowania . . . . .	34
1.7.1. Własności . . . . .	34
1.7.2. Średnia ważona . . . . .	36
1.7.3. Nierówność Schwarza . . . . .	37
<b>Rozdział 2. FUNKCJE JEDNEJ ZMIENNEJ</b> . . . . .	39
2.1. Pojęcie funkcji . . . . .	39
2.2. Podstawowe funkcje i ich własności . . . . .	40
2.3. Szczególne przypadki odwzorowań . . . . .	43
2.4. Funkcja odwrotna . . . . .	44
2.5. Funkcja złożona . . . . .	45
2.6. Zbieżność ciągu punktów. Ciąg arytmetyczny i geometryczny . . . . .	46
2.7. Oprocentowanie proste i składane . . . . .	53
2.8. Otoczenie i sąsiedztwo punktu. Brzeg zbioru . . . . .	54
2.9. Granica i ciągłość funkcji . . . . .	56
2.10. Różniczkowanie funkcji . . . . .	59
2.11. Wzory i reguły na obliczanie pochodnych . . . . .	62
2.12. Podstawowe twierdzenia rachunku różniczkowego . . . . .	66
2.13. Ekstremum funkcji . . . . .	70
2.14. Wypukłość, wklęsłość i punkt przegięcia . . . . .	74
2.15. Symbole nieoznaczone . . . . .	76
2.16. Asymptoty wykresów funkcji . . . . .	78
2.16.1. Asymptoty pionowe . . . . .	78
2.16.2. Asymptoty ukośne . . . . .	79

2.17. Tempo wzrostu funkcji i jego interpretacja ekonomiczna . . . . .	80
2.18. Interpretacja ekonomiczna pochodnej . . . . .	82
2.19. Elastyczność funkcji. Elastyczność cenowa i dochodowa funkcji popytu . . . . .	83
2.20. Badanie przebiegu zmienności funkcji . . . . .	88
2.20.1. Funkcje Törnquista . . . . .	88
2.20.2. Funkcja gęstości rozkładu normalnego (Gaussa) . . . . .	90
2.20.3. Trend logistyczny . . . . .	92
<b>Rozdział 3. PROGNOZOWANIE ZJAWISK EKONOMICZNYCH . . . . .</b>	<b>95</b>
3.1. Podstawy przewidywania przyszłości . . . . .	95
3.2. Reguła przewidywania przyszłości . . . . .	96
3.3. Ogólny schemat prognozowania . . . . .	97
3.4. Ogólny schemat punktowego prognozowania. Reguła bezpośrednia . . . . .	97
3.5. Prognozowanie wektorów i problem zgodności prognoz . . . . .	100
3.6. Ogólny schemat dochodzenia do wektora prognoz zgodnych . . . . .	102
3.7. Prognozowanie wektora popytu na podstawie modelu . . . . .	103
3.7.1. Wektorowe modele popytu . . . . .	103
3.7.2. Warunki zgodności wektorowego modelu popytu – funkcje popytu liniowe, potęgowe i Törnquista . . . . .	104
3.7.3. Konstrukcja wektora zgodnych prognoz popytu i jego trafność . . . . .	112
3.8. Prognozowanie wektora popytu na podstawie wskaźników elastyczności . . . . .	113
3.8.1. Reguła konstruowania zgodnej prognozy na jeden okres naprzód . . . . .	115
3.8.2. Sekwencyjna reguła budowy wektora zgodnych prognoz popytu . . . . .	119
3.8.3. Prognozowanie przyrostów względnych . . . . .	121
<b>Rozdział 4. CAŁKOWANIE FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ . . . . .</b>	<b>123</b>
4.1. Pojęcie całki nieoznaczonej . . . . .	123
4.2. Wzory i reguły całkowania . . . . .	123
4.3. Całkowanie przez podstawienie . . . . .	125
4.4. Całkowanie przez części . . . . .	126
4.5. Wzory rekurencyjne . . . . .	127
4.6. Całkowanie niektórych funkcji wymiernych . . . . .	129
4.7. Całka oznaczona Riemanna . . . . .	133
4.7.1. Interpretacja geometryczna całki oznaczonej . . . . .	134
4.7.2. Własności funkcji całkownalnych i całek oznaczonych . . . . .	135
4.7.3. Całka jako funkcja górnej granicy całkowania . . . . .	138
4.7.4. Całkowanie przez części i zamianę zmiennej . . . . .	140
4.8. Całka niewłaściwa . . . . .	142
4.9. Przykłady zastosowań całki oznaczonej w ekonomii . . . . .	147
<b>Rozdział 5. ELEMENTY RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA . . . . .</b>	<b>149</b>
5.1. Pojęcie prawdopodobieństwa . . . . .	149
5.2. Prawdopodobieństwo warunkowe i niezależność zdarzeń . . . . .	150
5.3. Prawdopodobieństwo całkowite. Wzór Bayesa . . . . .	152
5.4. Schemat Bernoulliego . . . . .	154
5.5. Zmienna losowa i jej rozkład . . . . .	154
5.6. Parametry rozkładu . . . . .	157
5.7. Przykłady zmiennych losowych typu skokowego i ich rozkłady . . . . .	159
5.8. Rozkład normalny i całka Laplace'a . . . . .	161

Rozdział 6. <b>MACIERZE I WYZNACZNIKI</b> . . . . .	163
6.1. Przestrzeń liniowa. Zbiór wypukły . . . . .	163
6.2. Liniowa zależność (niezależność) i liniowa kombinacja wektorów . . . . .	164
6.3. Definicja macierzy i działania algebraiczne na macierzach . . . . .	167
6.4. Macierz kwadratowa. Wyznaczniki i ich własności . . . . .	170
6.5. Związek macierzy z grafami . . . . .	175
6.6. Macierz odwrotna i sposoby jej wyznaczania . . . . .	177
6.6.1. Metoda wyznacznikowa . . . . .	178
6.6.2. Wyznaczanie macierzy odwrotnej metodą operacji elementarnych . . . . .	180
6.7. Rząd macierzy i sposoby wyznaczania rzędu . . . . .	182
6.7.1. Wyznaczanie rzędu za pomocą wyznaczników . . . . .	183
6.7.2. Metoda wykorzystująca macierz bazową . . . . .	184
6.8. Formy kwadratowe i ich określoność . . . . .	186
Rozdział 7. <b>UKŁADY RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI LINIOWYCH</b> . . . . .	189
7.1. Układy równań liniowych . . . . .	189
7.1.1. Uwagi wstępne. Układy niejednorodny i jednorodny . . . . .	189
7.1.2. Układy Cramera . . . . .	190
7.1.3. Przypadek ogólny układów równań . . . . .	191
7.1.4. Rozwiązywanie układów równań metodą operacji elementarnych . . . . .	195
7.1.5. Rozwiązania bazowe. Interpretacja geometryczna układu równań i jego rozwiązań . . . . .	197
7.2. Układy nierówności liniowych . . . . .	199
7.2.1. Metoda geometryczna wyznaczania zbioru rozwiązań . . . . .	200
7.2.2. Rozwiązywanie w przypadku ogólnym . . . . .	201
Rozdział 8. <b>FUNKCJE WIELU ZMIENNYCH</b> . . . . .	205
8.1. Wprowadzenie . . . . .	205
8.2. Ciągłość i różniczkowanie odwzorowania $f: R^n \rightarrow R$ . . . . .	206
8.3. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów . . . . .	208
8.4. Różniczka zupełna i różniczkowalność funkcji . . . . .	210
8.5. Różniczka zupełna wyższego rzędu . . . . .	211
8.6. Pochodna kierunkowa i gradient . . . . .	213
8.7. Ekstremum funkcji dwu i więcej zmiennych . . . . .	216
8.8. Wypukłość i wklęsłość . . . . .	220
8.9. Ekstremum warunkowe. Metoda mnożników Lagrange'a . . . . .	221
8.10. Metoda najmniejszych kwadratów i jej zastosowania . . . . .	224
8.11. Elastyczności cząstkowe. Funkcja produkcji Cobba-Douglasa . . . . .	232
Rozdział 9. <b>ZASTOSOWANIE MACIERZY, UKŁADÓW RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI DO ROZWIĄZYWANIA ZAGADNIEŃ EKONOMICZNYCH</b> . . . . .	235
9.1. Statyczny model przepływów międzygałęziowych . . . . .	235
9.2. Programowanie liniowe jako przykład poszukiwania ekstremum warunkowego . . . . .	239
9.2.1. Sformułowanie zagadnienia i sposoby rozwiązywania . . . . .	239
9.2.2. Zagadnienie optymalnego planu produkcji . . . . .	243
9.2.3. Problem diety . . . . .	247
9.3. Programowanie nieliniowe. Wykorzystanie metody mnożników Lagrange'a . . . . .	250
9.3.1. Szacowanie parametrów zgodnego wektorowego modelu Törnquista . . . . .	251

Rozdział 10. <b>ELEMENTY MATEMATYKI FINANSOWEJ</b> . . . . .	255
10.1. Wprowadzenie . . . . .	255
10.2. Oprocentowanie proste . . . . .	256
10.2.1. Przeciętna stopa procentowa . . . . .	257
10.2.2. Regularne wpłaty . . . . .	258
10.3. Oprocentowanie składane . . . . .	260
10.3.1. Efektywna stopa procentowa . . . . .	263
10.3.2. Strumienie płatności . . . . .	264
10.4. Obecna wartość pieniądza . . . . .	266
10.4.1. Dyskonto proste . . . . .	266
10.4.2. Dyskonto składne . . . . .	267
10.5. Spłata kredytu . . . . .	270
<b>BIBLIOGRAFIA</b> . . . . .	273
<b>SKOROWIDZ</b> . . . . .	274